

昭和48年(ワ)ホ457号長良川河口堰建設事業差止請求事件

鑑定書 (そのⅢ)

昭和 52年 8月

鑑定人

日野 幹雄 (印)

「長良川河道浚深後の河床変動について」
(乙第40号証ノ五)の鑑定書

目次

1) 計算に用いられている公式および係数等について …… 4

a) 流下距離による粒径変化 …… 4

b) 砂礫河川における河床粗度および河床形態の推定 …… 11

・ 移動床における粗度係数の理論

・ 移動床の河床形態について

・ 長良川の粗度係数

・ 粗度係数 n の推定法についての結論

c) 流砂量算定式について …… 24

・ 公式の多様性とその選択について

・ 大粒径の場合の適合性

・ 掃流と浮遊による輸送

・ 佐藤・吉川・芦田式とロールセン式による掃流砂量の比較

d) 流量時系列について …… 33

2) 河床変動の計算法について …… 34

a) 河床変動の方程式系およびその差分式とその境界条件 …… 34

・ 河床変動の方程式

・ 差分式の安定性の検討(1)

・ 差分式の安定性の検討(2)

・ 計算収束性の検討

・ 境界条件その他

b) 不等流計算 …… 43

- c) 非定常項一定常不等流の計算の妥当性 . . . 44
- ・ 応答概念
 - ・ 非定常項のオーダーについての検討
 - ・ 洪水時の河床変動計算について

3) 河床変動計算の予測性・信頼性について . . . 52

4) 河川工学の理論式に関する実証性について . . . 54

5) 結論 . . . 56

参考文献 . . . 58

Ⅲ 「長良川河道浚渫後の河床変動について」(乙才40号証ノ五)の鑑定

1) 計算に用いられている公式および係数等について

a) 流下距離による粒径変化

河床変動の理論計算上の問題ないしは疑問点として、原告側から指摘されている点の一つは、河床を構成する材料の粒径を現状と同じ(x と d との関係は一定)としている点である。

河川上流域の河床構成材である岩石や礫は水流のエネルギーによる下流への移動につれて、破碎され平均径は減少する。河床材料の一個あたりの平均重量 W と流下距離 x との間には、単純な考察にもとづく理論式として Sternberg (ステルンベルグ) の公式(法則)

$$W = W_0 e^{-c\varphi x} \quad (1)$$

の関係が知られている。砂礫の径 d と W とは $W \propto d^3$ の関係があるから、ステルンベルグの法則を粒径に関して書き直すと

$$d = d_0 e^{-c\varphi x/3} \quad (2)$$

となる。ここに、添字0は上流のある基準点(ないしは参照点)での値を意味し、 φ は摩擦係数、 c は岩質による係数である。この法則の成立は大略的には認められている(野瀬, 安芸 1951)が、礫質河床と砂質河床の間には不連続があり、それぞれ別々の指数曲線で表わされる(谷津 1959)との指摘もある。いずれにしても、Sternberg の法則は砂礫破碎の確率的力学過程を考慮した厳密な理論ではなく、むしろ経験則的な一面をもっている。

さて、長良川の河床材料について、平均粒径 d_{50} と河口からの距離 ($x = x_0 - x'$) との関係を図示したのが図1である。この関係は二本の指数曲線で表わされており、さらに45 km以上では粒径変化は小さくなる。

Sternberg の法則を再検討すれば、粒径は流下距離 x' よりむしろ流下高さ z に関係し

$$d = d_0 e^{-\beta z'} \quad (3)$$

とすべきであるので、基準面からの河床高さ

$$z = H - z' \quad (4)$$

と粒径 d との関係を図示したのが図2である。この図では前図よりも広い範囲 ($x = 20 \sim 48$ km) にわたり $d_{50} \sim x$ が一本の指数曲線で表わされている。しかし、 $x > 48$ km ではこの曲線から離れ、急流(きつい河川勾配)にもかかわらず、砂礫の径の変化は少ない。

これは河床材料の生成機構の違いによるものかもしれない。

また、長良川の河床砂礫の粒径変化に大きく影響していると思われるのは人的要因つまり $x = 45 \sim 50$ km の中流域において行われる砂利採取である。この場合、商業的に価値のある中程度の砂利に限られ、大粒径の礫はその場に、微小粒径の砂・粘土はあらい流されるか他に捨てられる。これが $d \sim z'$ が二本の指数曲線に分かれる一因とも考えられる。

いま一つの考え方として、砂礫の輸送能力を表わすせん断速度 U_* (砂礫の流送能力で、 τ_{*0} を速度的に $\sqrt{\tau_* / \rho}$ と表現したもの) と平均粒径 d_{50} との関係を ($Q = 7.5$ t/sec の場合について) 示せば、図4のようになり、 $x = 30 \sim 58$ km の区間が一本の直線

$$d \propto U_*^p \quad (5)$$

で表わされる。しかし、下流部は U_* の増加にもかかわらず、粒径は減少し、異った関係となっている。

現在の土砂水理学における、土砂流送理論は精緻を極め、行きつく所まで行ったとの感は強い。しかし、土砂流送過程における岩・礫・砂の破碎の問題に関しては、Sternberg の法則のように単純な理論ないしは経験則的段階にある。この問題を解決するには、砂礫の破碎の力学機構を考慮し、かつ現象の確率性を考慮した理論の将来の成立をまたなければならぬ。

現状においては、本鑑定書で示した次の二つの経験式

$$d = d_0 e^{-\alpha z} \quad (6)$$

$$d = d_0 \left(\frac{U_*}{U_{*0}} \right)^p \quad (7)$$

のいずれかを考慮することが多少とも理論の信頼度を高めることになろう。ただし、砂礫の移動とくに大粒径のそれはきわめて遅いので、こゝでの U_* は各瞬間瞬間の値ではなく、十分長い期間の平均値と考えなければならぬ。

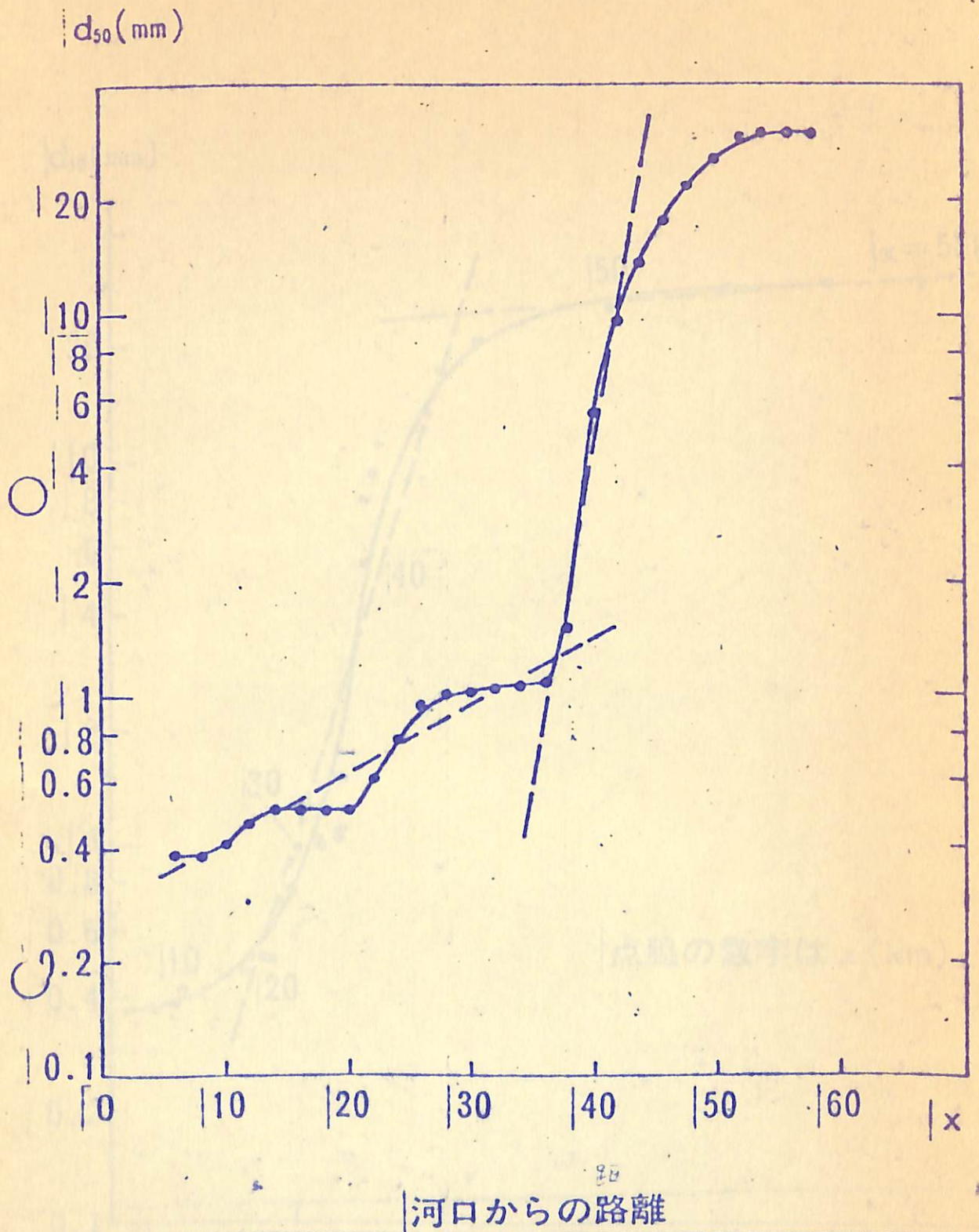


図-1 : 河口からの距離 x と砂礫の粒径変化

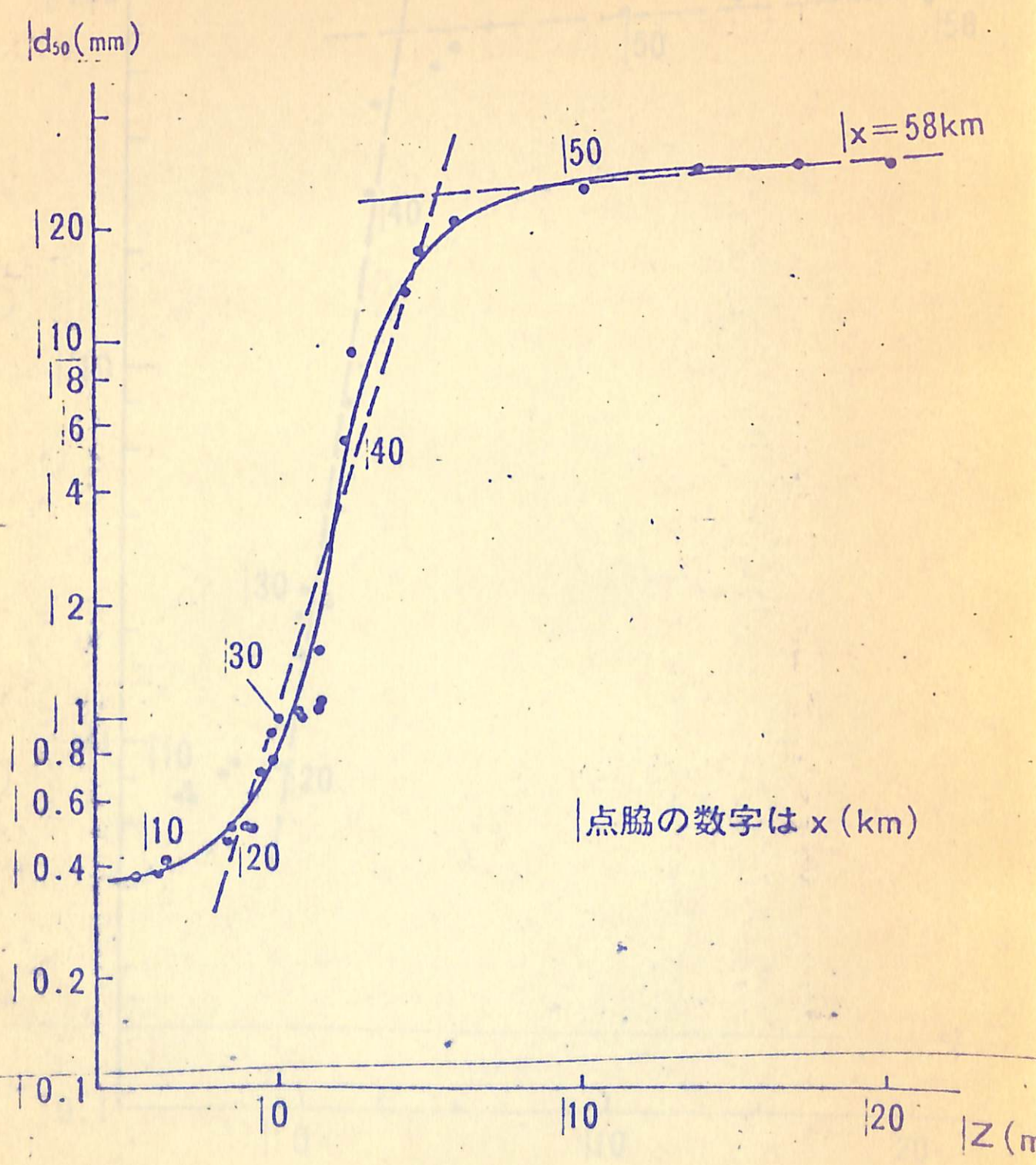


図-2 :

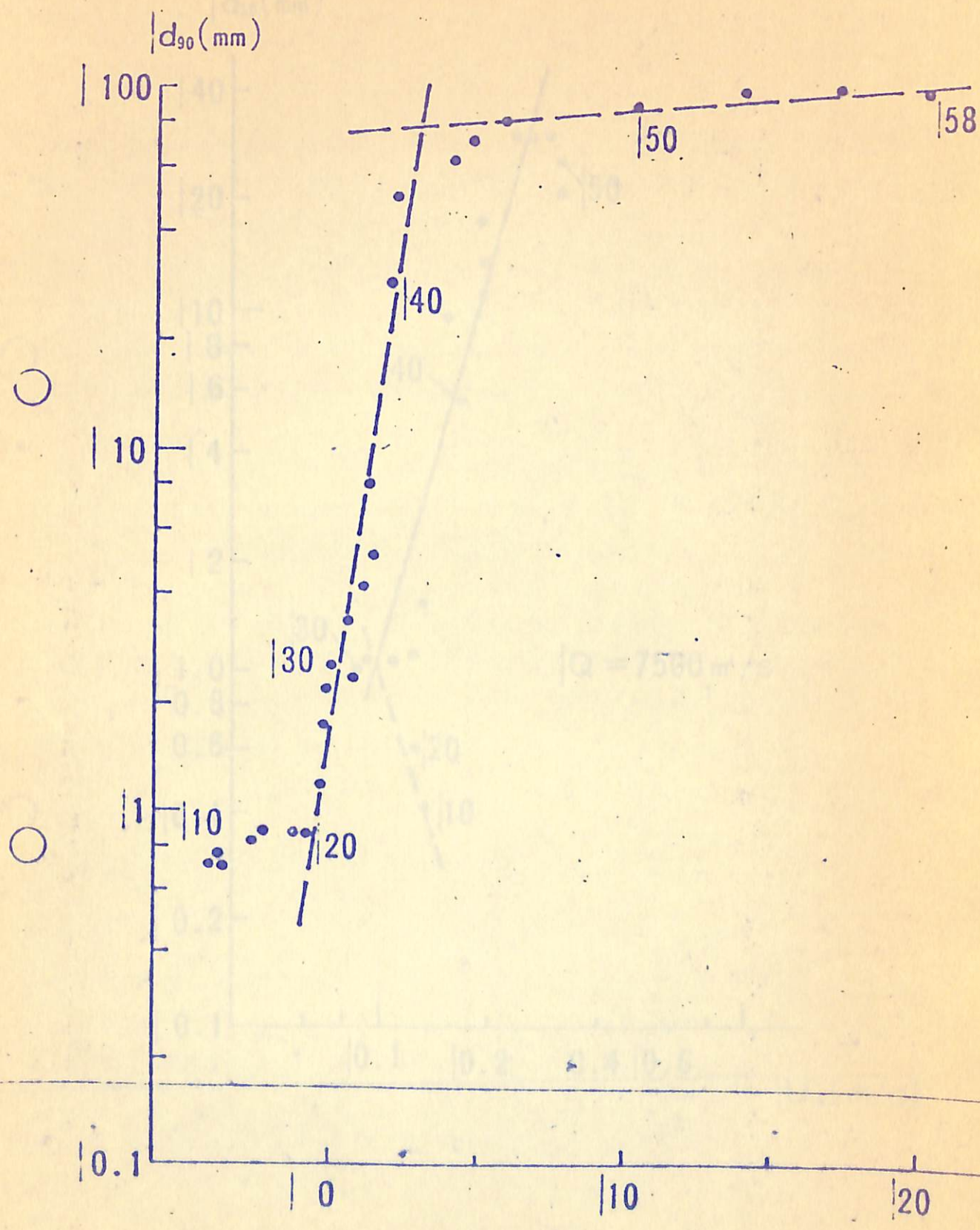


图-3 :

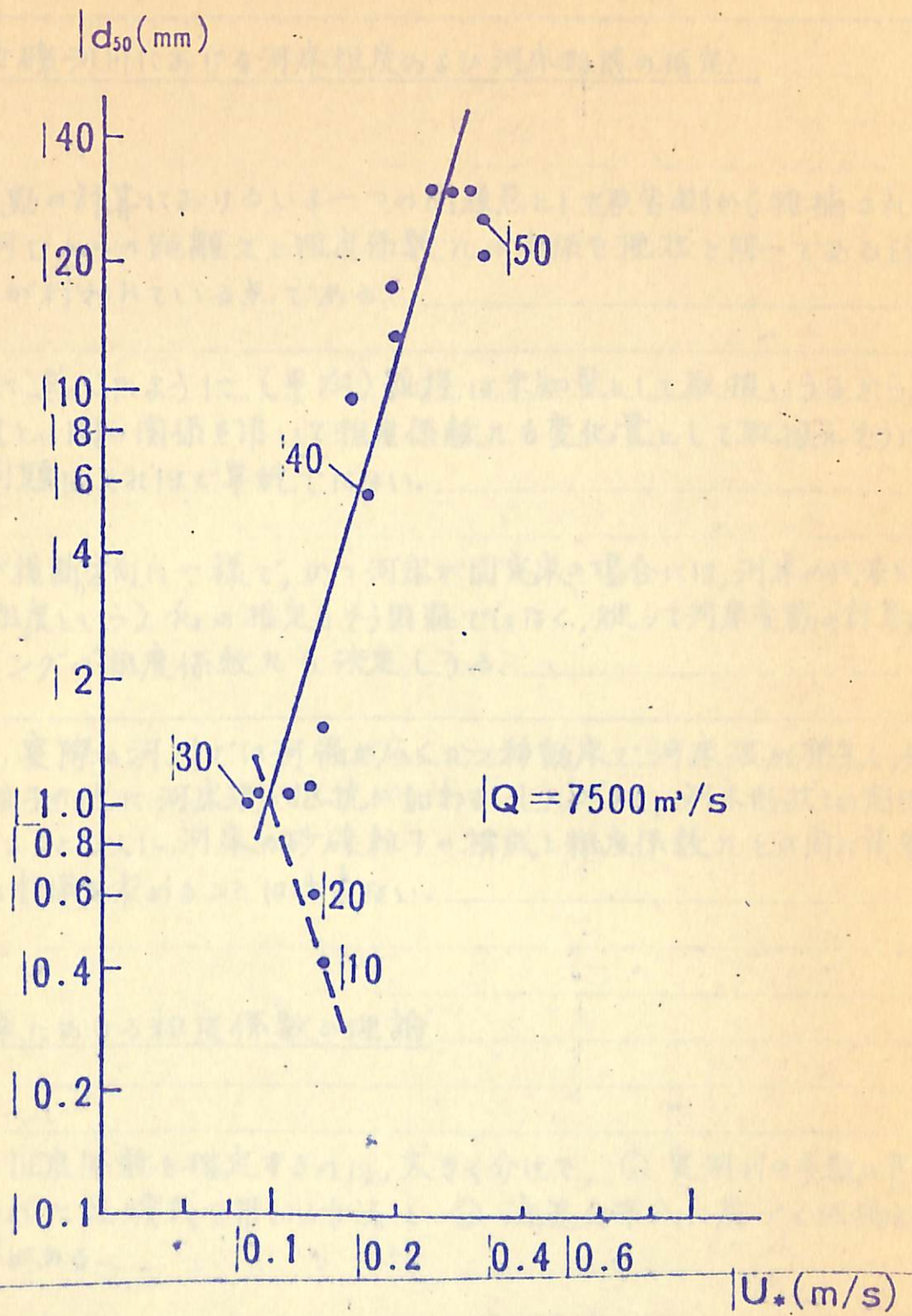


图 4 :

b) 砂礫河川における河床粗度および河床形態の推定

河床変動の計算におけるいま一つの問題点として原告側から指摘されているのは、河口からの距離 x と粗度係数 n の関係を現状と同一であると仮定して計算が行われている点である。

前項に述べたように、(平均)粒径は未知量として取扱いうるから、粒径と粗度との間の関係を用いて粗度係数 n も変化量として取扱えそうに思えるが、問題はそれほど単純ではない。

河川が横断方向に一様で、かつ河床が固定床の場合には、河床の代表的粗さ(相当粗度という) k_s の推定もそう困難ではなく、従って河床変動の計算に用いるマンニングの粗度係数 n も決定しうる。

しかし、実際の河川では河幅が広くかつ移動床で河床波が発生し、個々の砂礫粒子の他に河床波の抵抗が加わる。したがって、河床形状との関係を明確にすることなしに、河床の砂礫粒子の構成と粗度係数 n との間に簡単に一義的な関係を求めることは出来ない。

移動床における粗度係数の理論

河床の粗度係数を推定するのに、大きく分けて、① 実河川の多数の資料から導かれた経験式を用いる方法と ② 流速分布式に基づく理論的方法の二群がある。

① 経験式による方法はレジーム (Regime) 理論とも呼ばれ、杉尾式 (水理公式集 p. 166) はその一例である。この場合にも、河床形態により式中の係数が変わるから、粗度係数 n の推定に先立って、河床形態を同定する必要がある。しかし、レジーム式は性質の異なる種々の河川資料の平均的なものであるから、粗度係数を推定すべき対象河川のデータが全く無いなどの場合に大略の目安を得るために利用されるのであって、本河川のように

かなりのデータが存在する場合には、レジーム式を用いるよりはむしろ次に検討する理論的方法による方が良いでしょう。

② マニングの粗度係数 n と流速分布式を結ぶ理論的關係は次式である。

$$n = \frac{1}{\sqrt{g}} \cdot \frac{U_*}{V} \cdot R^{1/6} \quad (8)$$

(二)に、 g : 重力加速度 (定数)、 V : 断面平均流速、 R : 径深 (河川断面積を摩擦抵抗に関連するその潤辺で割った実質水深)、 U_* : 摩擦速度 (河床抵抗を速度の次元に直したものの $\sqrt{\tau_0/\rho}$ である) 上の關係は河川における平均流速を

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} \quad (9)$$

とした マニングの経験則に由来する。

一方、河床の摩擦損失は、河床せん断応力を τ_0 として摩擦抵抗と流体に働く重力の分力との釣合いから理論的に

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \rho U_*^2 \\ &= \rho g R I \end{aligned} \quad (10)$$

となる。式(8)はこれら三式から簡単に導かれる。なお、流体力学における抵抗法則の形に変形すれば、

$$\tau_0 = f \rho \frac{V^2}{2} \quad (11)$$

$$f' = 29n^2 / R^{1/3}$$

$$= 29 \left(n / R^{1/6} \right)^2 \quad (12)$$

とある。こゝに、 f' は摩擦抵抗係数で、流体力学の理論によれば、無次元数であるレイノルズ数 $Re = \nabla R / \nu$ と相対粗度 k_s / R の関数である。

$$f' = f_n \{ Re, k_s / R \} \quad (12a)$$

式(9)の左辺の平均流速 ∇ を R と I , したがって式(10)から摩擦速度 U_* に関して理論的に定めることができれば、これを式(9)に代入して(その結果が式(8)) 経験定数であるマンングの粗度係数 n を理論的に決定することができる。

断面平均流速 ∇ と摩擦速度 U_* の間にはその粗さ(相当粗度) k_s を用いて、理論関係式

$$\frac{\nabla}{U_*} = 6.25 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{k_s} \quad (13)$$

の関係が成立する。

平坦固定床の場合には、 k_s を河床材料の粒径 d 程度と考える。

$$k_s \approx d \quad (14)$$

ので、式(13)と式(8)から粗度係数 n が他のパラメーター(径深 R)に無関係に実用上一定であることが証明される(水理公式集, P. 160 図-1.5)。

k_s は河床の粗さを代表する高さであるが、一般に河床構成材料の(平均)径 d_m であるとは限らない。それは、先にも述べたように河床の砂洲・砂漣が粗度抵抗として働くためである。それゆえ、河床液の発生・形成を支配する掃流カパラメーター(無次元化された粒子せん断応力) τ_*

$$\begin{aligned}\tau_* &= U_*^2 / \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) g d \\ &= R I / \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) d \quad (15)\end{aligned}$$

に因りて、 k_s/d_m の関係を実験値を整理して表わそうとするのがこれまでの代表的考え方である(水理公式集 p. 156 ~)。

しかし、実験・実測資料を整理して得られた $k_s/d_m - \tau_*$ の関係は各提案式により大きく変わっており(水理公式集 図-1.2, 1.4), しかも k_s/d_m は 1 ~ 1000 以上に広がっている。それゆえ、いずれの式を採用すべきか判定することができないので結局この方法は採用しない。

一方、 τ_* と河床形態の関係を整理し、流速式を介さずに、直接 ∇/U_* と τ_* とを結び付けようとする立場がある(岸・黒木・土木論文集・水理委員会報告 No. 210, p. 64, 1973)。

結果のみを記すと、次のようになる(図-5)。

$$\frac{\nabla}{U_*} = \begin{cases} 2.4 \left(\frac{R}{d} \right)^{1/6} \tau_*^{-1/3} & (\tau_* < T) \quad (16a) \\ 2.8 \left(\frac{R}{d} \right)^{3/10} \tau_*^{-1/3} & (T < \tau_*) \quad (16b) \end{cases}$$

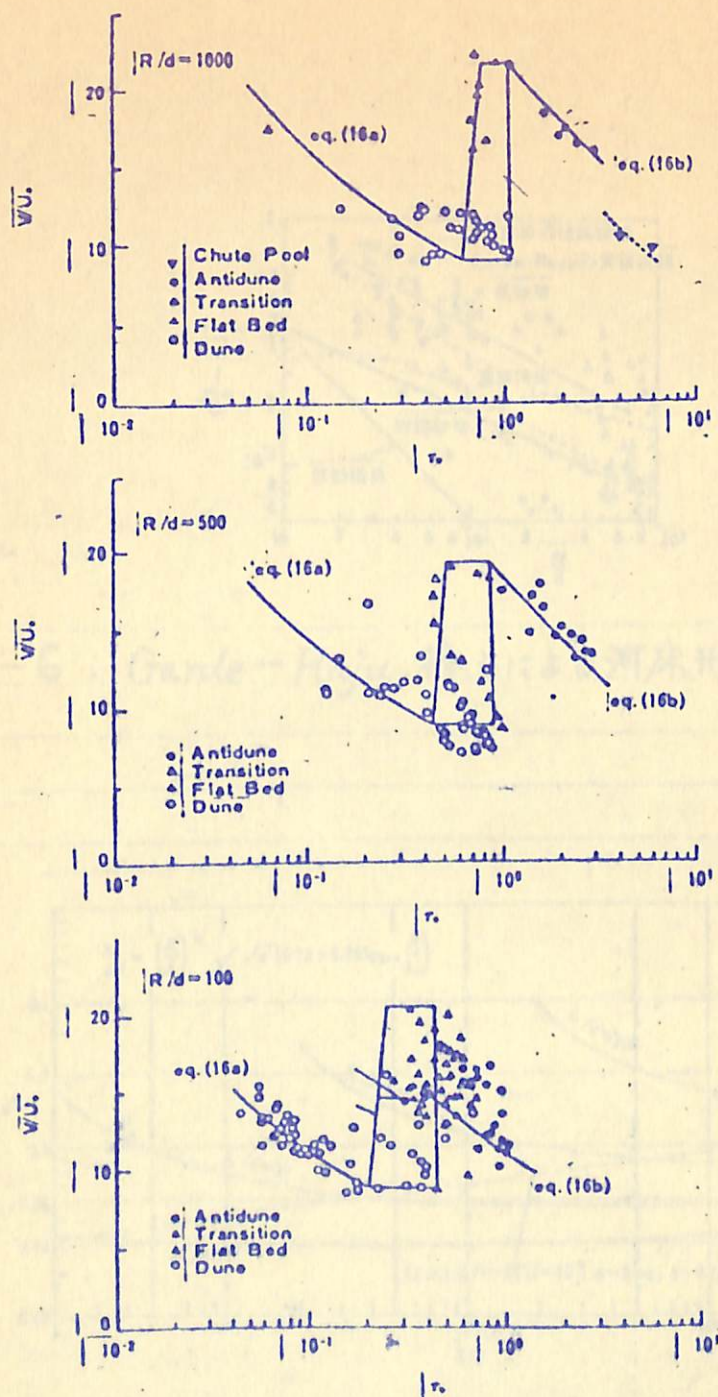


図5 流速係数 ϕ_0 の計算値と実験値との比較 (厚・黒木)

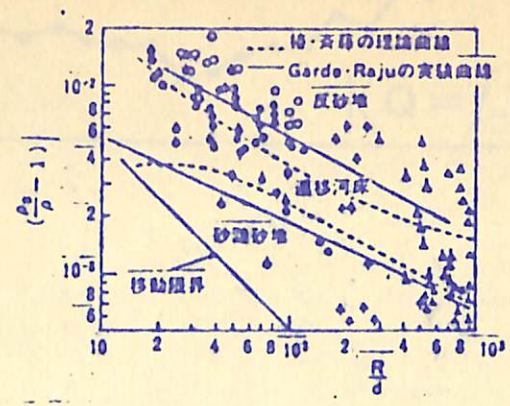


図-6 : Garde-Raju, 椿らによる河床形態区分

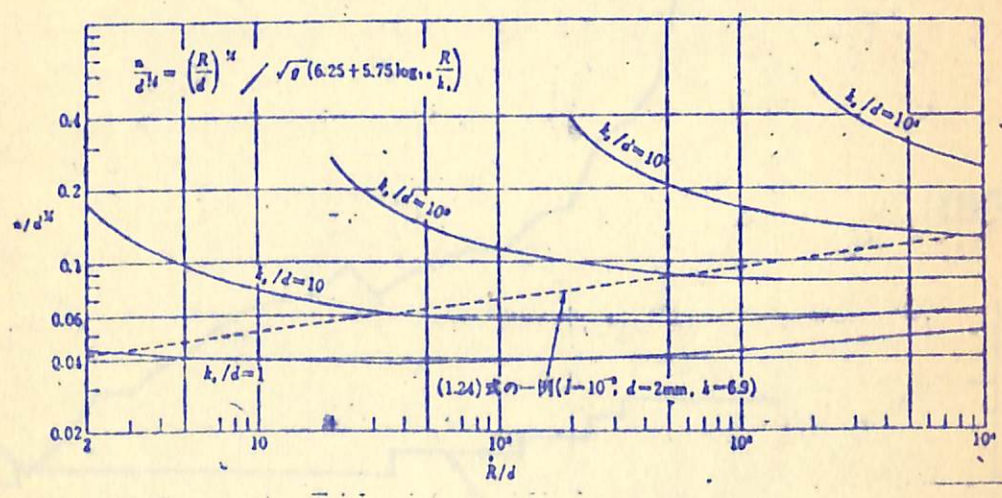


図-7 : 粗度係数nと径深Rおよび粒径dの関係

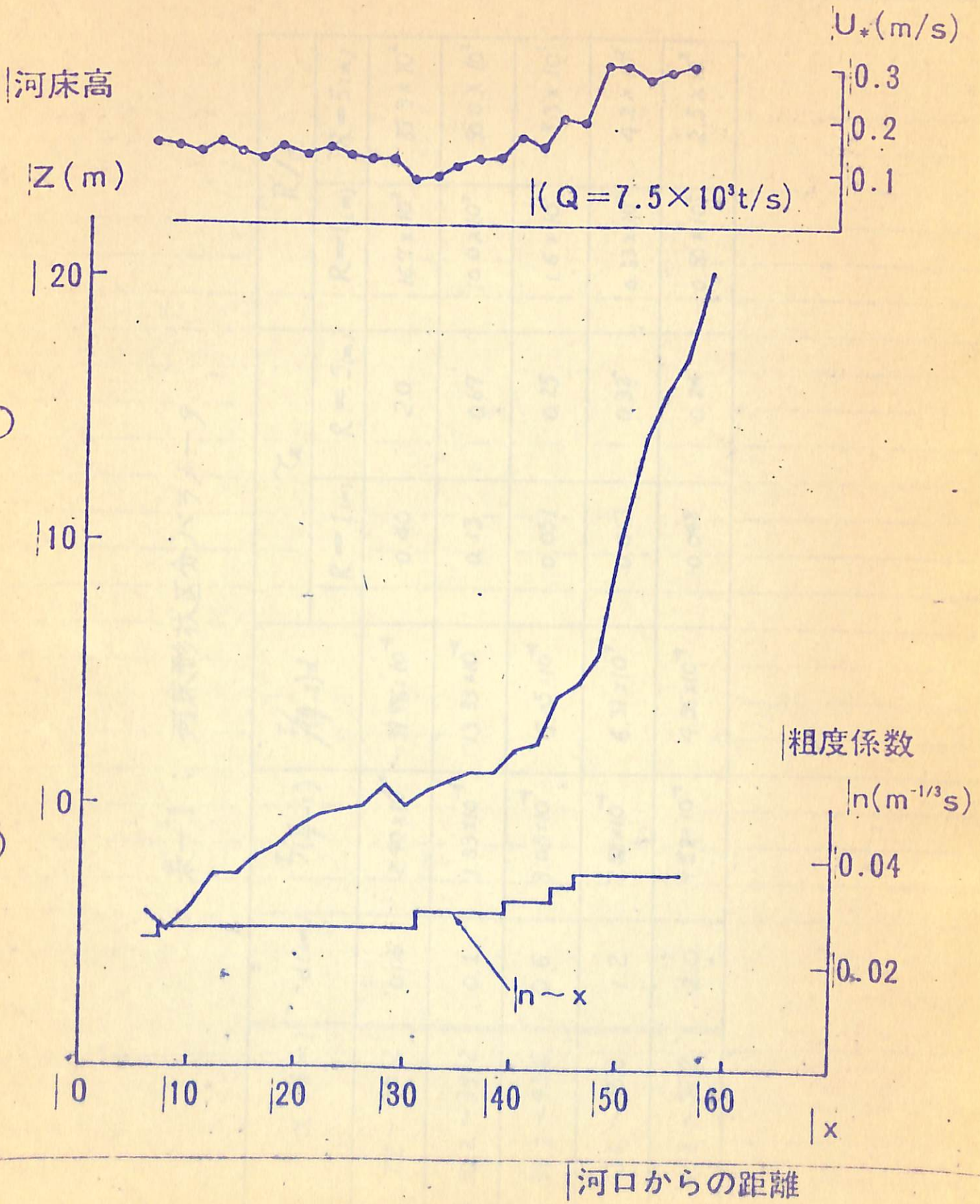


図-8 :

表-1 : 河床形状区分パラメータ

X (km)	d (cm)	$I/(\frac{I_s}{P}-1)$	$I/(\frac{I_s}{P}-1)d$	τ_x		R/d	
				$R=1$ (cm)	$R=5$ (cm)	$R=1$ (cm)	$R=5$ (cm)
7.2 ~ 30.2	0.06	2.40×10^{-4}	39.996×10^{-4}	0.40	2.0	16.7×10^2	83.3×10^2
30.2 ~ 39.2	0.1	1.33×10^{-4}	13.33×10^{-4}	0.13	0.67	10.0×10^2	50.0×10^2
39.2 ~ 43.6	0.6	3.03×10^{-4}	5.05×10^{-4}	0.051	0.25	1.6×10^2	8.3×10^2
43.6 ~ 45.8	1.2	7.58×10^{-4}	6.31×10^{-4}	0.063	0.32	0.83×10^2	4.2×10^2
45.8 ~ 56.2	2.0	9.52×10^{-4}	4.56×10^{-4}	0.048	0.24	0.50×10^2	2.5×10^2

表一2：岸・黒木式153河床粗度係数 n の計算

X (km)	d_m (m)	$d_m^{1/6}$	I	$I^{1/3}$	$AI^{1/3} / d_m^{1/6}$	n (m·sec 単位)		設計値 (Z 405 註 1, P. 2)
						$R = 1$ (m)	$R = 5$ (m)	
7.2 ~ 30.2	0.06×10^{-2}	0.290	3.96×10^{-9}	0.74×10^{-1}	0.0287	0.029	0.049	0.027
30.2 ~ 39.2	0.1×10^{-2}	0.316	2.2×10^{-9}	0.6×10^{-1}	0.0214	0.021	0.036	0.03
39.2 ~ 43.6	0.6×10^{-2}	0.426	5.0×10^{-9}	0.8×10^{-1}	0.0212	0.021	0.036	0.032
43.6 ~ 45.8	1.2×10^{-2}	0.479	12.5×10^{-9}	1.08×10^{-1}	0.0255	0.026	0.044	0.035
45.8 ~ 56.2	2.0×10^{-2}	0.521	15.7×10^{-9}	1.16×10^{-1}	0.0251	0.025	0.043	0.038

表-3 : $K = n/d_m^{1/6}$ の値

X (km)	n (m·sec ²)	d_m (m)	$d_m^{1/6}$	$\frac{n}{d_m^{1/6}}$ (m ^{5/6} ·sec ⁻²)
7.2 ~ 30.2	0.027	0.06×10^{-2}	0.2904	0.0930
30.2 ~ 39.2	0.03	0.1×10^{-2}	0.316	0.0949
39.2 ~ 43.6	0.032	0.6×10^{-2}	0.4263	0.0751
43.6 ~ 45.8	0.035	1.2×10^{-2}	0.4785	0.0731
45.8 ~ 56.2	0.038	2.0×10^{-2}	0.5210	0.0729

(mean : 0.0818)

∇/U_* は(原論文では更に詳しいが)大きく二つの領域に分けられる。 τ_* の分割点 T の値は径深 R と粒径 d の比 R/d により $T \cong 0.1 \sim 1$ の範囲で変化する。 $\tau_* < T$ の領域は砂堆河床 (dune) 領域で、緩勾配河川は大略この領域にあると考えられる。なお、 $\tau_* > T$ は反砂堆河床 (anti-dune) 領域である。

移動床の河床形態について

念のために、河床形態区分を Garde-Raju および椿らの方法(土木論文集 水理委員会報告 No. 210, p. 70) に従い、2つのパラメーター

$$I / \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right), \quad R/d \quad (17)$$

について検討した。長良川でのこれらの値を表-1に示す。この結果、河床は $x = 30$ km より下流では、水位の高い場合を除き反砂堆河床 (antidune) ではないと判定される。

また、掃流砂パラメーター τ_* を計算した結果も表-1に示されており、岸黒木の図表(図-5)により判定すれば同様の結論に達する。下流部でかつ水位の非常に高い場合には、反砂堆河床 (Antidune) や遷移河床 (transition) 域にひっかいる場合もあろう。しかし、この領域は狭く、かつ岸黒木の図表に示されるように ∇/U_* は τ_* の値に対する変化が大きいので、この領域では ∇/U_* を上述の方法で推定することは必ずしも最適な方法ではない。なぜならば、これらの実測データに依頼した曲線および式は、微妙な所では各河川の特性に支配されると考えられるからである。

長良川の粗度係数

式 (16a) により計算した長良川の粗度係数 n の値を表-2の右欄に示す。これを、長良川での実測値(乙オ40号証ノ五, p. 2の上表)と比較すると、もともと マニングの粗度係数 n の有効数字が1ないし2桁であること、移

動床での n の推定が極めて困難である事を考慮すれば、両者は良く一致していると言える。

以上のように、マニングの粗度係数 n を推定する種々の提案式は、理論的方法ですら終局的には実験・実測資料にたよっているのに、現状では粗度係数を推定するための一つの参考と考えたい。

そこで、むしろ長良川での実測資料を整理検討してみる方が良いと思われる。すでに述べたように

$$n = \frac{1}{\sqrt{9}} \frac{U_*}{V} R^{1/6}$$

であるから、これを平均粒径 d_m の $1/6$ 乗で割って式(13)を用いて書き換えれば

$$\begin{aligned} \frac{n}{d_m^{1/6}} &= \frac{1}{\sqrt{9}} \cdot \frac{U_*}{V} \cdot \left(\frac{R}{d_m} \right)^{1/6} \\ &= \frac{1}{\sqrt{9}} \cdot \left(\frac{R}{d_m} \right)^{1/6} \cdot \left[6.25 + 5.75 \log_{10} \left(\frac{R}{d_m} \cdot \frac{d_m}{k_s} \right) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

k_s/d に種々の値を与えて、上式から $n/d_m^{1/6}$ と R/d_m の理論関係を計算し、図示したのが図-7(水理公式集 p.160.)である。

一方、長良川の資料から上式左辺の $n/d_m^{1/6}$ を計算したのが表-3である。この結果、長良川については

$$n = K d_m^{1/6} \quad (19)$$

で、 K はほぼ一定値となっていることがわかる。

$$K = 0.073 \sim 0.095 \cong 0.082 \quad (\text{平均})$$

これは、河川の代表的粗度高さ k_s と河床砂の平均径 d_m の比が

$$k_s / d_m \approx 10 \quad (20)$$

であることに相当している。砂礫の移動がなく平坦な河川では、砂礫粒子がそのまま抵抗として働き $k_s / d_m = 1$ であるが、河床波の発生とともに、これらの(形状)抵抗も加わるので、 k_s / d_m は1より大きくなることを示している。

粗度係数 n の推定法についての結論

以上、詳しく検討したように現状では粗度係数 n の理論的推定は十分可能とは云い難い。岸・黒木の方法(式16)は最も信頼度の高いものと考えられ、これによる n の計算値と長良川の実測値はかなり良く一致した。しかし、このことから直ちに、岸・黒木式で粗度係数を推定する方が良いとは断言できない。それは、この式と云えども実験・実測に依存し信頼度に幅があるためである。

もし、河床変動の計算をすめる過程で、河床が現況より大きく変化する場合には岸・黒木式を使用して計算を続行することを薦めたい。

C) 流砂量算定式について

公式の多様性とその選択について

流砂量公式には実験式・理論式ともかなりの数の式が提案されている。実験式がその実験の条件その他によりいくつかの式形にまとめられるのは理解されるであろう。しかし、理論式が一つではなくいくつも提出されている点については言及する必要がある。

流れによる流砂は力学の法則に従う物理現象である。しかし、二個の砂利粒子のまわりの流れも、粒子に働く力も複雑でかつ流れが乱流となっているためにこれらは確率的偶然的変量である。

したがって、局所的には単純な力学法則に支配されているけれども、空中で小石を投げる場合や、桁に荷重を加える場合のように基礎方程式から直ちに数学的に解を求めるわけには行かない。複雑で偶然的な場を物理的考察を通していかにモデル化するかが問題であり、それによりいくつもの理論式が提案される。

しかし、各理論式の中には一個以上の実験的に求めべきパラメーターを含むのが普通で、このパラメーター決定段階でいづれにしても実験・実測データと比較しているから、各提案式の与える結果には公式の適用範囲内で数値的な極端に大きな差異がない。

したがって、設計計算にあたっては最も多く種々のケースについて比較検討された実績をもつ式を用いるのが良いであろう。佐藤・吉川・芦田公式は、理論構成がしっかりしていることのほかに早い時機に提案されたこと、河川管轄官庁である建設省土木研究所の研究者の提案であったことのため、この式はテストの機会・回数が最も多く我国の河川に良く適合することが認められている。

大粒径の場合の適合性

佐藤・吉川・芦田公式は当初1.38~4.58mm粒径の砂について実験との比較が行われた。その後、10~50mm範囲の大粒径および混合粒径の場合の実験も行われ、検討された結果、上式を大粒径および混合粒径に

適用しても良い結果の得られることが確かめられている(吉川・福岡・馬場・河野 1975)。

掃流と浮遊による輸送

砂粒子の径が大きい場合には砂は河床を転がりたり滑りたりしはがらいわゆる掃流状態で輸送され、佐藤・吉川・芦田公式により算定できる。しかし、粒径が小さくなるにつれて、砂粒子の一部は河床を離れ浮遊状態で輸送される。それゆえ、理論的には掃流砂量と浮遊砂量とを分離して取扱われる場合もある。しかし、河床からどの高さをもって2つを区分するかという明確な論拠はないし、また2つに区分分けしたとしてもその高さ $Z=a$ での浮遊砂濃度 C_a を理論的に決定することが難しい。 C_a がわかって、浮遊砂量の見積りがはじめて可能である。

それゆえ、砂粒が細い場合には掃流砂と浮遊砂とを区分せずに、全流砂量を計算する方が合理的で、そのような式の代表的なものがロールセンの実験式である。この式の砂粒径が大きい場合の線およびその外挿曲線が掃流砂分 Q_B を示すと考えて良い。

なお、最近吉川・石川(1977)により掃流と浮遊を区別しない理論が提出されている。

公団計算では掃流砂分は、佐藤・吉川・芦田式により正しく計算できるとの立場から、ロールセン式 Q_T 中から掃流砂分 Q_B とみなされる量を差し引いてそれを浮遊砂量 $Q_s = Q_T - Q_B$ としている。ロールセン式は元来全流砂量に関する実験式で両方を区別しないものである。掃流砂量分 Q_B の区別も便宜的なものであり、またロールセン式中の掃流分 Q_B と佐藤・吉川・芦田式の掃流分 Q_B は必ずしも一致しないから、こうした取扱いは論理的にやみやみしない。

砂粒子が浮遊状態でも輸送される場合には、ロールセン式一本で全流砂量を計算する方が論理的に筋が通っている。ただし、ここで2つの問題がある。一つは、ロールセン式の信頼度と佐藤・吉川・芦田式のそれのどちらが高いかということであり、他の一つは浮遊状態の区分が流粒のみで決らず、底面せん断応力等にも関係し計算が困難な点である。

佐藤・吉川・芦田式とロールセン式による掃流砂量の比較

佐藤・吉川・芦田の式は

$$\frac{q_b}{U_* d} = \varphi \tau_* F(\tau_*/\tau_c) \quad (21)$$

ここに、 q_b : 単位幅掃流流砂量、 d : 粒径、 U_* : 摩擦速度、 τ_* : 無次元掃流力、 φ : 粗度 n により定まるパラメーター

$$\varphi = \begin{cases} 0.623 & (n \geq 0.025) \\ 0.623 (40n)^{-3.5} & (n < 0.025) \end{cases} \quad (22)$$

一方、Laursenの式による砂量公式は本来全流砂量を表わすものであるが、粒径 d が大きくなると（したがって沈降速度 w_0 の大きい場合には）、浮遊による輸送はなく、掃流による輸送である。Laursenの図表中この部分は両対数グラフ上で直線

$$\frac{q_b}{U_* d} = \frac{7.66}{265} \left(\frac{\tau_*}{\tau_c} - 1 \right) f_b \left(\frac{U_*}{w_0} \right) \quad (23)$$

$$f_b \left(\frac{U_*}{w_0} \right) = 10.7 \left(\frac{U_*}{w_0} \right)^{1/4} \quad (24)$$

で表わされる。したがって、この線をそのまま外挿した式による流砂量を、全流砂量 q_T 中の掃流砂分 q_b を表わすものと考えることができる。ただし、浮遊と掃流の状態の区別の定義は便宜的なものであるので、佐藤・吉川・芦田式による（単位幅）掃流砂量 q_b と Laursen式による（単位幅）掃流砂量 q_b とが同じであるとは限らない。

そこで、両式による掃流流砂量について一連の比較計算をした。

多数の比較計算の結果から本計算に関係する部分を図 10 に示す。粒径が大きく、ほとんどの砂が掃流形式で輸送される場合には両式の与える結果はほぼ一致した。（ τ_* の小さい方で両者はずれるけれども q_b 自体が極めて少ないので絶対量として問題はない。） このことは、一方では佐藤・吉

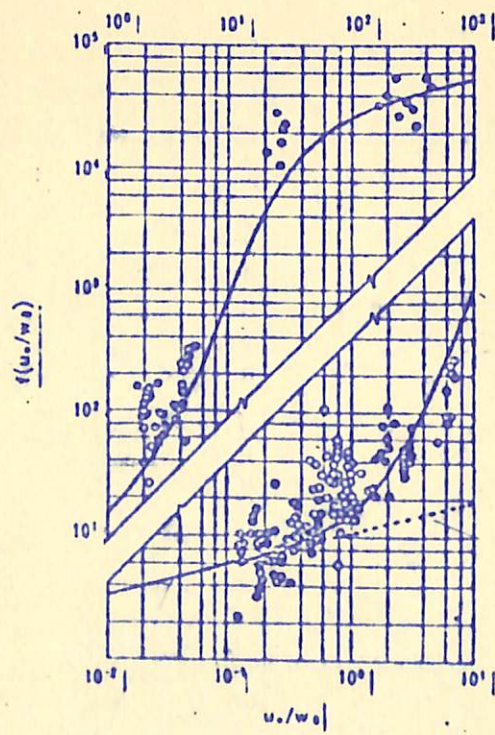
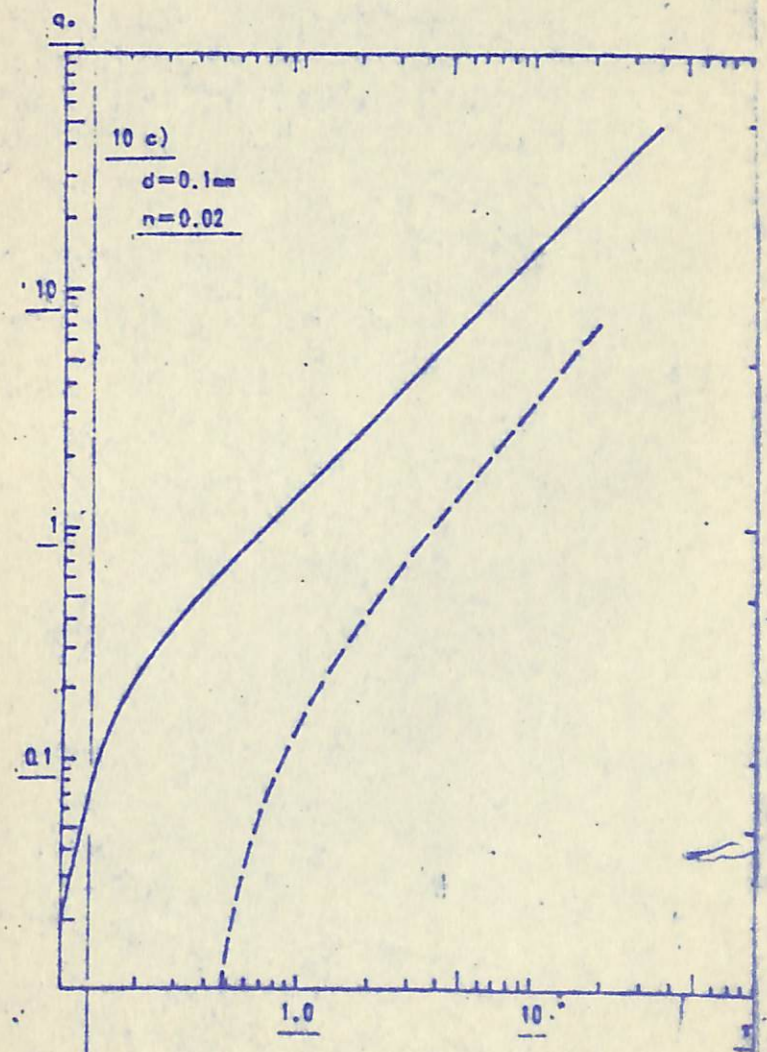
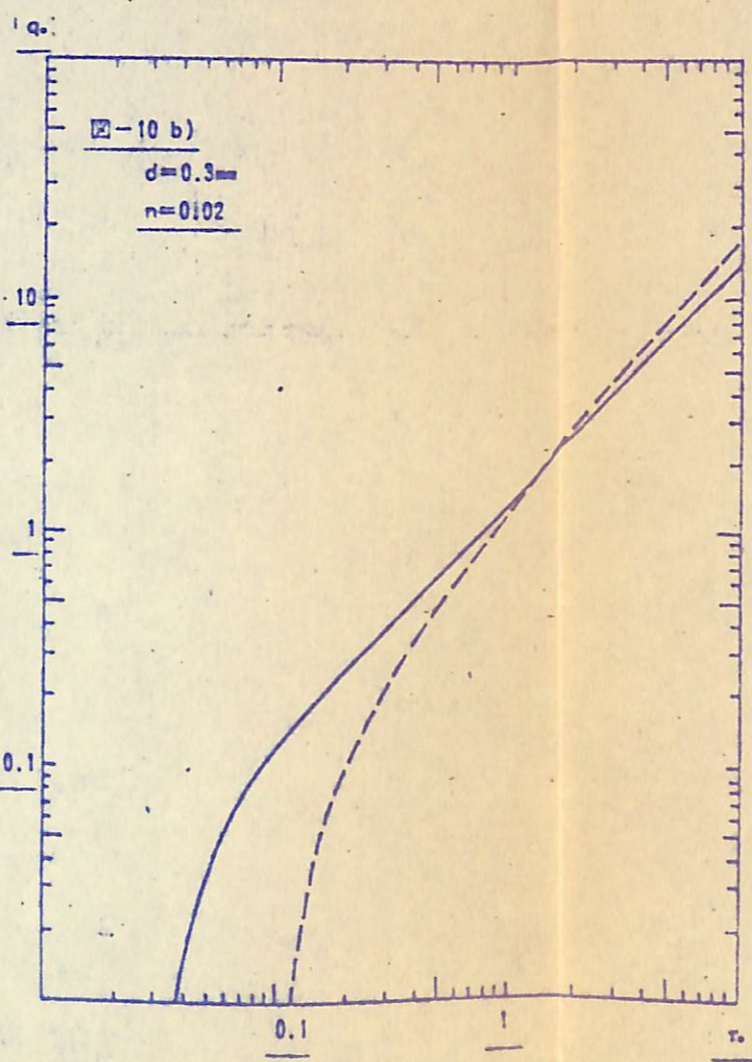
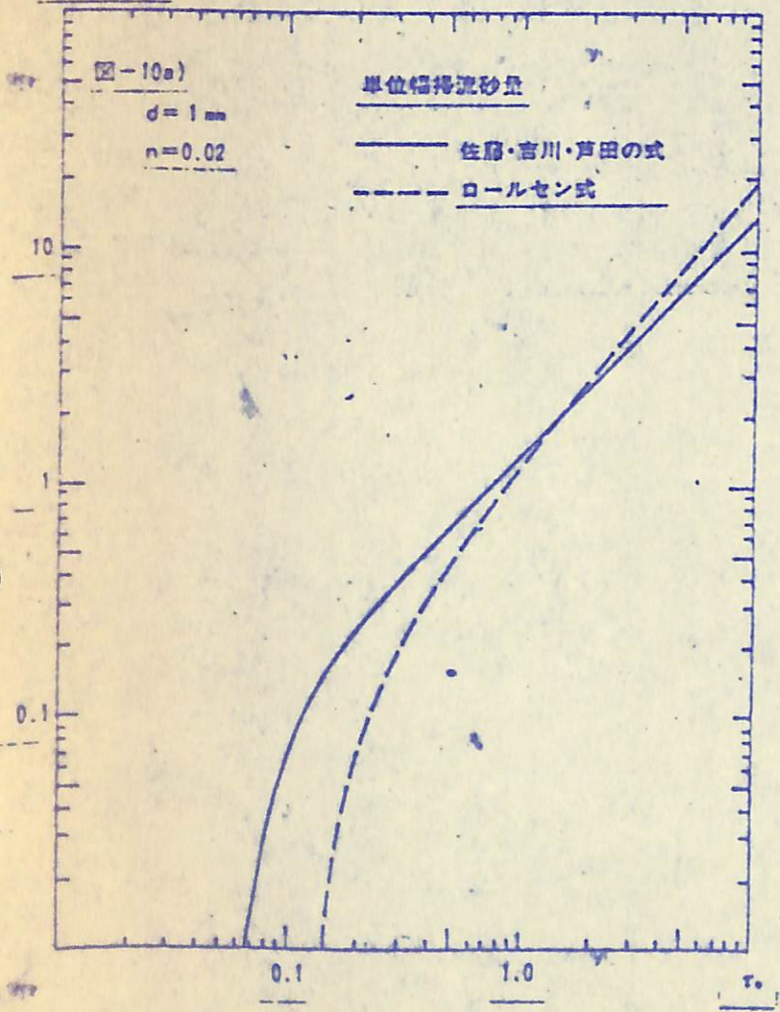
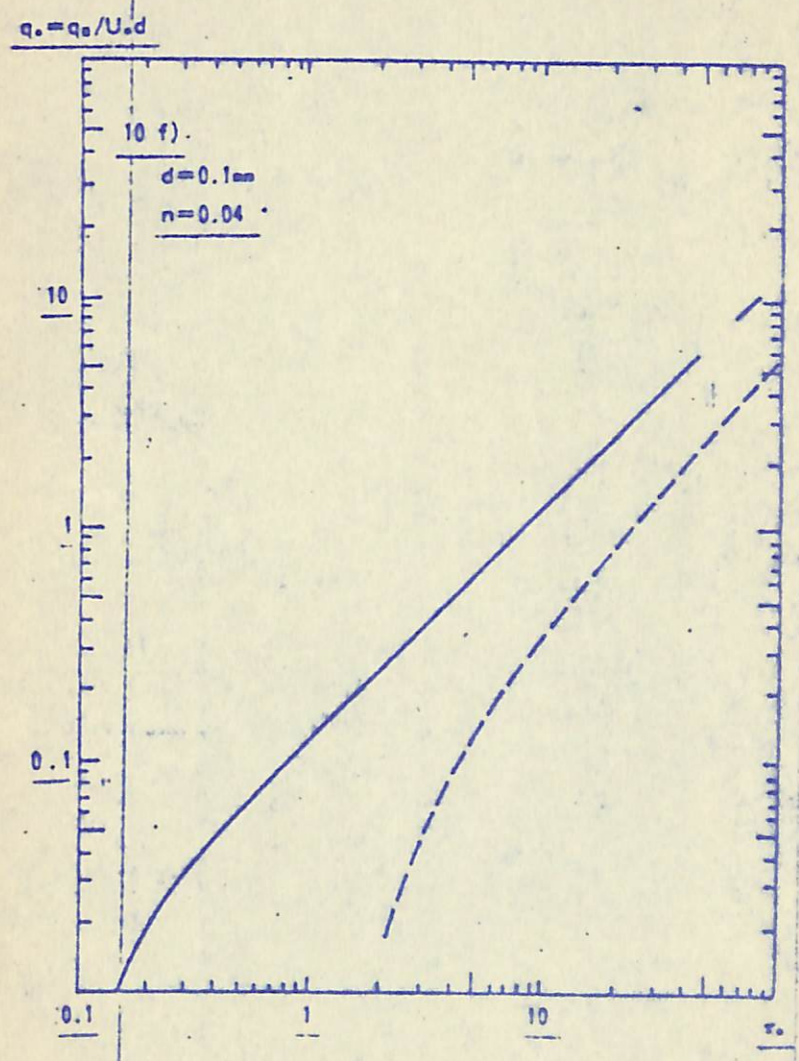
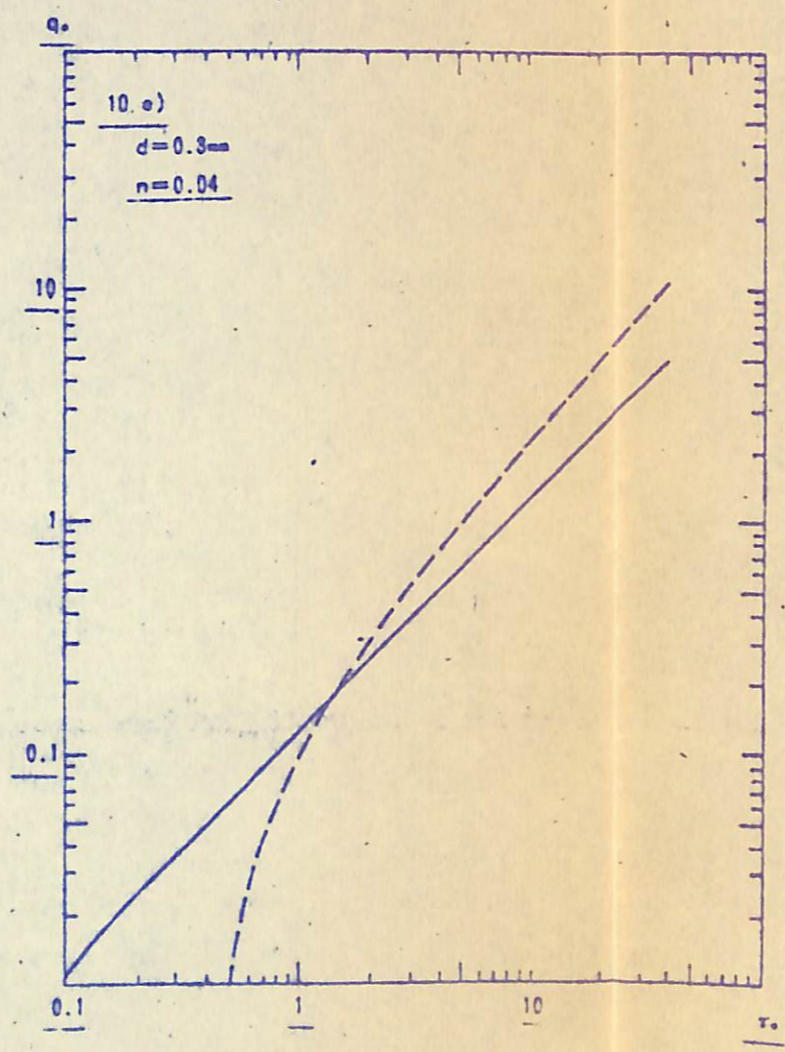
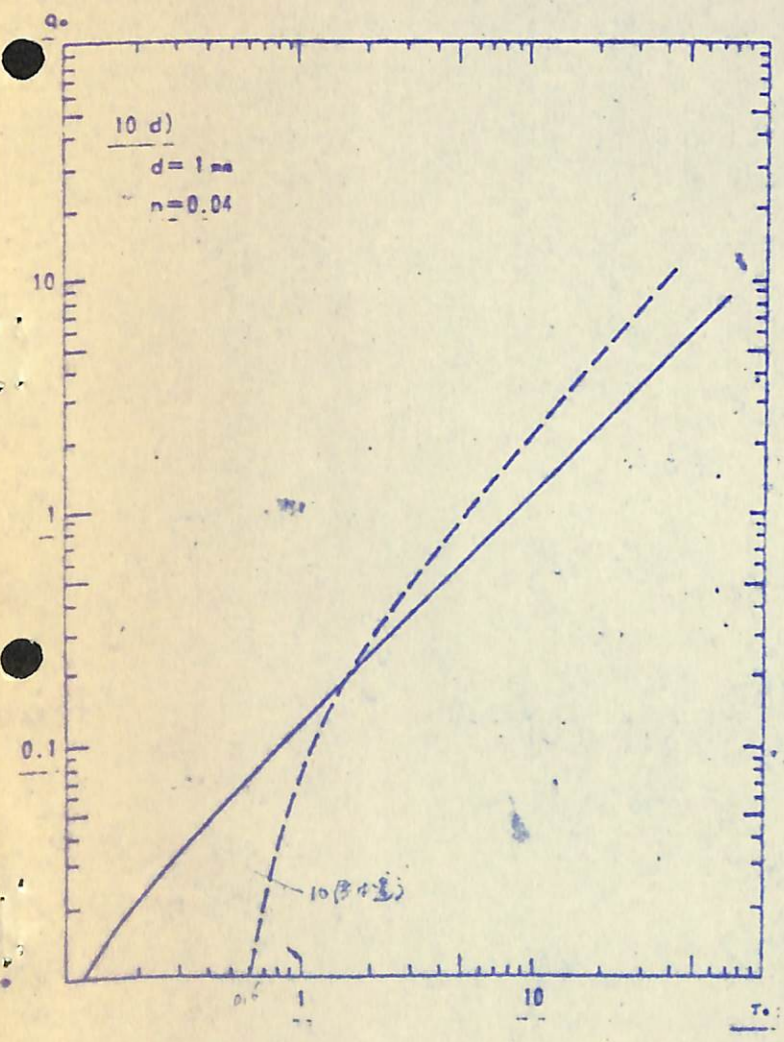


図 9 Laurson の図表 $f(u_0/w_0)$

$q = q_0 / U \cdot d$





川・芦田の式適用範囲の広さ・信頼性を示すものである。

また、粒径の小さい $d = 0.1 \text{ mm}$ の場合に、両式の与える掃流砂量の差は 3 ~ 5 倍と広がるが、この粒径ではロールセン図表からもわかるように、掃流砂量 Q_b または Q_b は浮遊砂量 Q_c に較べて遙かに少く、

$$Q_c \gg Q_b \quad (d: \text{小粒径})$$

Q_b または Q_b の見積り誤差の比重は低下する。

なお、本計算の場合の $n = 0.02 \sim 0.04$ では佐藤・吉川・芦田式の掃流砂量 Q_b がロールセン式による掃流砂 Q_b を上回っている。ただし、これは検討した条件(粗度係数 n , 粒径 d , 河床形状)下でのことであり、一般的なものではない。

次の数式上での両式の比較を行う。佐藤・吉川・芦田の式において、 $\tau_* / \tau_c \gg 1$ の場合には $F(\tau_* / \tau_c) \rightarrow 1$ となる。したがって

$$\begin{aligned} q_b &\approx \frac{U_*^3}{\left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1\right)} \varphi \\ &= \frac{\varphi}{\left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1\right)} \left(\frac{\tau_*}{\rho}\right)^{3/2} \end{aligned} \quad (25)$$

これは、

$$q_b \propto \tau_*^{1.5} \quad (26)$$

$$q_* (= q_b / U_* d) \propto \tau_* \quad (26a)$$

一方、Laursen 式による掃流砂量の推定は

$$q_b = \frac{7.66}{265} \left(\frac{\tau_*'}{\tau_c} - 1\right) f\left(\frac{U_*}{w_0}\right) U_* d \quad (27)$$

∴ τ_* ,

$$f\left(\frac{U_*}{w_0}\right) = 10.7 \left(\frac{U_*}{w_0}\right)^{1/4} \quad (28)$$

式の変形により有効掃流力 τ_*' は

$$\tau_*' = \frac{1}{(7.66)^2} \left(\frac{d^{1/2}}{9\eta^2}\right) \tau_* \quad (29)$$

いま、粒子の沈降速度 w_0 と粒径 d との関係

$$w_0 = A d^2 \quad (30)$$

と流砂量の多い場合の

$$\tau_*'/\tau_c \gg 1 \quad (31)$$

を考慮すれば、

$$q_0 = \frac{7.66}{265} (10.7 A^{-1/4} d^{1/2} \rho^{-5/8} / \tau_c) \tau_*^{13/8} \quad (32)$$

これより

$$q_0 \propto \tau_*^{1.63} \quad (33)$$

あるいは ($U_* \propto \tau_*^{1/2}$ の関係を考慮して)

$$q_* \left(= \frac{q_0}{U_* d}\right) \propto \tau_*^{1.13} \quad (33a)$$

となる。

なお、移動床流れでは、河床粗度 n と τ_* は独立ではない。例えば、岸・黒木の式

$$n = 0.042 d^{1/6} \tau_*^{1/3} \quad (34)$$

を用いれば、有効せん断応力は式(29)より

$$\tau_*' = \frac{\tau_*^{1/3}}{9 (0.42 \times 7.66)^2} \quad (35)$$

これを式(27)に代入すれば

$$\begin{aligned} \rho_0 &\propto \tau_*^{23/24} \\ &\propto \tau_*^{0.958} \end{aligned} \quad (36)$$

両式(26)(33)は流砂力 τ_* の 1.5 乗および 1.6 乗とほぼ等しいべき乗値となっている。このことは、理論式である佐藤・吉川・芦田式と実験式であるロールセン式は比例係数を除いて重なることを示している。

以上を要するに、流砂量計算において全流砂量を与えるロールセン式から掃流砂量とみなしうる部分を差し引いてこれを浮遊砂量とし、掃流砂量については佐藤・吉川・芦田式によっている点は、論理的な一貫性を欠いているが、本計算の範囲では数値的に大きな差異を生じていないようである。ということは、流砂量の算定式の与える幅が一般に大きいことを考慮すれば、両式はともに信頼性の高いことを示している。

d) 流量時系列について

本計算で将来の河床変動を推定するのに、過去10年間の長良川の流量変化がそのまま繰り返えされるとして過去10年間の流量時系列に対する将来の河床変動の計算を行っている。いわゆるシミュレーション法の一つである。

しかし、過去10年間の流量変化パターンが再び繰り返されるという根拠はない。同じシミュレーション法でも過去のデータそのまゝの繰り返しては無く、過去のデータと統計的性質(平均月流量, 各月平均値よりの標準偏差等)を同じくする模擬流量時系列をいく種類も(コンピューターにより)発生させこれに対する河床変動をそれぞれ計算しその平均変化のパラッキを見る方法もある。

いずれにしても、流量時系列の統計的性質が問題となるのであり、河床変動の大きな要因である洪水時流量として未曾有の災害をもたらした伊勢湾台風時のデータを含む本計算は一応評価して良い。

2) 河床変動の計算法について

前章で検討した基礎要素である諸公式・係数を用いて、河床変動の基礎偏微分方程式が解かれる。本章では、その計算法の適否について検討する。

a) 河床変動の方程式系および差分式とその境界条件

河床変動の方程式

任意断面での河床高さ z の時間的变化 $\partial z / \partial t$ はその断面での土砂輸送量 Q_T の場所的变化と次式で関係づけられる。いわゆる輸送量の連続式である。

$$b \frac{\partial z}{\partial t} = - \frac{\partial Q_T}{\partial x} \quad (37)$$

(こゝに $b(x)$ は河幅)

コンピューターによる計算のために上式を有限間隔 $(\Delta x, \Delta t)$ で離散化したのが、p.3の式(1)である。ただし、 x 方向の付番は頁の方向上流に向って付している。この差分化は時間的にも、空間的にも片側差分と呼ばれる陽的な方法によっている。こゝにいう陽的な方法(explicit method)とは、繰り返し計算を行うことなしに、順次計算をすゝめる方法をいう。これに対して、断面 n の流砂量を現時間ステップ $t = k\Delta t$ と Δt 後のその平均 $\{Q_T(x, k\Delta t) + Q_T(x, (k+1)\Delta t)\} / 2$ とすれば、 Δt 後の河床高(したがって、流砂量 Q_T)はこの時間ステップの計算の最初では未定であるから、陰的(implicit)方法である。この方法は一長一短であり、特別な理由がなければどちらによっても良く、簡単な陽的な方法で十分である。

コンピューターによる差分計算には、一般に

- (i) 計算安定性
- (ii) 計算収束性

の問題があり、しばしば計算理論上の難点となる。こゝに計算安定性とは有限間隔の長さ Δx 幅 Δt (時間間隔) Δx (距離間隔)で真の方程式を近似して計

算をすめるとき、誤差の累積のため計算値が真の解のまわりに振動しつつ、その誤差の幅が限りなく増幅発散することであり、計算収束性とはたとえ振動発散がなくとも真の値と異なる解に達することをいう。

差分式の安定性の検討(1)

まず、この点について検討する。後節にも述べるように、流砂量 Q_T は変数 z を直接的には含まないので近似的に $\partial Q_T / \partial x = -A(x)$ と置くと、式(37)は

$$\frac{\partial z}{\partial t} = B(x) \quad (B(x) = A(x)/b(x)) \quad (38)$$

と書ける。

本計算の基本微分方程式(37)は形式的には偏微分方程式であるが、通常の物理現象の基礎式となっている偏微分方程式のように、従属変数 z の時間と場所の偏微分項 ($\partial z / \partial t$, $\partial z / \partial x$, $\partial^2 z / \partial x^2$ etc.) を共に生かす含み、たゞ時間偏微分のみがあらわに入っている。したがって、計算式としては常微分方程式に近い。

この $\partial z / \partial x$, $\partial^2 z / \partial x^2$ など河床高の場所的微分を直接的に含んでいないということは、河床変動がゆるやかに局所的で移動性が少ないことに密接に関連している。

P. 3の式(1)は、上式を次の差分で近似したものである。

$$\Delta z = \bar{B} \Delta t$$

または

$$z_n^{k+1} = z_n^k + \bar{B} \Delta t \quad (39)$$

こゝに、 z_n^k は時間ステップ k ($t = k \Delta t$) での断面 n の河床高、 \bar{B} は $B = -\frac{1}{b} \frac{\partial Q}{\partial x}$ の平均値を表わす。この差分式は Euler 型差分近似式と呼ばれる最も簡単なものであるが、しばしば計算不安定を生じるので現在ではほとんど使用されず、むしろ参考書には計算不安定の例題として挙げられるもの

である。

Euler方法による誤差の上限は次式で与えられる(マッカーラ(三浦・田尾
訳): 計算機のための数値計算法概論, サイエンス社 p. 281)

$$|\epsilon_{n+1}| \leq E \frac{(1+ct)^{n+1} - 1}{ct} \quad (40)$$

ここで, c は $dz/dt = f(t, z)$ とおくとき $\partial f / \partial z (= -\frac{\partial}{\partial z} (\frac{1}{b} \frac{\partial Q}{\partial x}))$ の
絶対値の最大値。

$$c \geq \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| \quad (41)$$

E は差分や桁落ち・丸めにより生じる一演算ごとの誤差, n は演算のステ
ップ数。

公団計算が不都合な結果に至らなかったのは, Q_T が z をあらわに含まず,
したがって式(41)中の

$$c = \text{Max} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{b} \frac{\partial Q}{\partial x} \right) \right\} \quad (42)$$

が十分小さいためと考えられる。

なお, このような常微分方程式の数値計算に最も一般的に用いられるのは,
Runge-Kutta法あるいはRunge-Kutta-Gill法であり, わざわざプログ
ラムを作成するまでもなく電算機サブルーティン・ライブラリーの一つとして使用
可能である。

差分式の安定性の検討 (2)

差分式の安定性に関して、次のように考えることもできる。不等流式と佐藤・吉川・芦田式より $\partial \varphi_0 / \partial x$ の項を δ に関する項で表わし、河床変動の方程式に代入すれば、若干の省略ののち次式が得られる。

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + A \frac{\partial \delta}{\partial x} = f \quad (43)$$

ここに、

$$f = -A \frac{n^2 q^2}{h^{10/3}} = -A \frac{n^2 V^2}{h^{4/3}} \\ = -A I_f$$

$$A = \frac{3K g^{1.5}}{(1-\lambda) \varphi_0^3} \frac{h^{1/2} F_r}{1-F_r^2}$$

$$\varphi_0 = h^{1/6} / \sqrt{g} n$$

$$F_r = V / \sqrt{g h}$$

$$K = \varphi F(\tau_0 / \tau_c) / \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) g$$

式(43)を変形すれば、

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = A (I - I_f)$$

ここに、 I : 河床勾配、 I_f : エネルギー勾配。

さて、偏微分方程式の差分式化には計算安定条件を考慮しなければならない。計算安定理論によればこの方程式の安定な差分式は A の正負により次のようになる(土木学会(編), 日野 1974)。ただし、下流向きを正にとった x 軸を上流側向って x の番号 (n) 付けする。

$$\frac{z_n^{t+\Delta t} - z_n^t}{\Delta t} = A \frac{z_{n+1}^t - z_n^t}{\Delta x} + f_n^t \quad (A \geq 0) \quad (44a)$$

$$\frac{z_n^{t+\Delta t} - z_n^t}{\Delta t} = A \frac{z_n^t - z_{n-1}^t}{\Delta x} + f_n^t \quad (A < 0) \quad (44b)$$

したがって、証五 p.3 の式(1)は $A > 0$ つまりフルード数 F_r が 1 より小さい場合に安定である。そして、追加資料 18・19 によればこの条件は常に満たされている。

また、ささみ幅に関する安定条件は

$$\frac{|A|\Delta t}{\Delta x} \leq 1$$

すなわち

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{|A|} \quad (45)$$

である。この条件はプログラム上でチェックされながら計算が進行している。

公団計算では、安定性の検討(1)の式(39)により差分化を行い、水位計算と一応切り離して計算を行っている。ただし、安定性については式(45)に従い、次式により Δx に対する時間ささみ幅で、計算不安定の判定を行いつつ計算をすすめている。

$$\Delta t < \left[(1-\lambda)^2 \phi (1-F_r^2) / (0.0355 R^{1/2} F_r^3) \times (0.9/3600) \right] \Delta x \quad (46)$$

こゝに、 λ : 空隙率, F_r : フルード数, R : 径深。

計算収束性の検討

一方、計算の収束性に関しては Δt , Δx のきざみ幅が問題となる。計算収束性については具体的検討が行われていないのが普通であるが、次のような検討がなされていることがより望ましい。

すなわちきざみ幅 $\Delta x \cdot \Delta t$ を種々変化させた場合、その結果相互に差の生じない範囲で $\Delta x \cdot \Delta t$ を選ぶことである。

境界条件 その他

式(37)は先にも述べたように輸送方程式の一種である。輸送方程式は一般に次の形をもつ。

$$\frac{\partial z}{\partial t} + U_s \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial Q_T}{\partial x} \quad (47)$$

(ここに、 U_s は場の移流速度)。土砂の場合 U_s は極めて小さく $U_s \approx 0$ と置くことができ、式(47)は式(37)となる。また、一般に輸送フラックス Q_T は直接従属変数 z と関係付けられ、多くの場合 $Q_T = K \partial z / \partial x$ のような形を採る。それゆえ、変数 z の境界条件(対象区間の両端での値)が正しく与えられているか否かが、計算上の問題点となる。

しかし、本計算では輸送フラックス Q_T は(乙40号証五 P.4,5)式(3)(4)で与えられるように、あるいはその他の場合にも同様であるが、従属変数 z を直接的に含んでいない。例えば式(3)中 z に關係する項は U_*^3 と τ_0 であるが、 $U_*^3 = (\tau_0 / \rho)^{3/2}$ であるから結局 τ_0 のみである。 τ_0 は式を変形すると

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \rho g h I_f \\ &= \rho g n^2 V^2 h^{-1/3} \\ &= \rho g n^2 \left(\frac{Q}{b} \right)^2 h^{-7/3} \\ &= \rho g n^2 \left(\frac{Q}{b} \right)^2 (H - z)^{-7/3} \quad (48) \end{aligned}$$

となる。(h:水深, H:水位, Q:流量, b:河幅, n:粗度係数.)
H-zはzの中の変化量 Δz について書き直すと

$$\begin{aligned} H - z &= H - z_0 - \Delta z \\ &= H - z_0 \left(1 - \frac{\Delta z}{H - z_0} \right) \end{aligned}$$

$$= h_0 \left(1 - \frac{\Delta Z}{h_0} \right) \quad (49)$$

と作る。ここに、 $h_0 = H - Z_0$ は変化前の水深、 $\Delta Z / h_0$ は 1 に較べて極めて小さく、従って、普通の輸送方程式の場合のように、未知従属変数 Z の境界条件 (上流端および下流端の Z あるいは $\partial Z / \partial X$) が解に強く影響するということはない。つまり、河床変動の計算結果が意外に変化の少ないものであることが説明しうる。

この点、特に上流端の境界条件についてさらに検討を加える。計算をすすめる上で最上流端での土砂輸送フラックス Q_T を与えなければならぬが、これには、前の計算ステップ $t = k \Delta t$ での $X = (N+1) \Delta X$ での河床変動 ΔZ_{N+1} が求められていなければならぬ。しかし、本計算は片側差分を用いており、 $X \leq N \Delta X$ での河床変動までしか求められない。このため、上流端近くの 1 km ごとの 3 断面での ΔZ (したがって、河床高さ Z) を求め、これから水位等を計算し、これら 3 断面の平均の流砂量 Q_T を最上流端で与えている。これは数学的には上流端での Q_T をほぼ一定、つまり Q_T の場所的变化は無視しうる

$$\frac{\partial Q_T}{\partial X} \approx 0 \quad (X = X_{max}) \quad (50)$$

と見做したことに等しい。

この仮定、つまり状況変化の発生点を十分離れると、変量は滑らかに変化するという条件は数値計算上、最も一般的に用いられているものである。

上流端の境界条件としていま一つ考えられるのは

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial X^2} \approx 0 \quad (51)$$

とする仕方である。すなわち、 $X_{N-1} = (N-1) \Delta X$ と $X_N = N \Delta X$ での Z_{N-1} 、 Z_N は差分式の解として求められる。これより式 (51) により Z_{N+1} を外挿的に求め $X_{N+1} = (N+1) \Delta X$ の Q_{N+1} を計算する。この方法は式 (50) より下流側の影響をさげることができる。

以上のように、本計算は、河床変動の発生原因は河道下流部における河床浚渫にあり、その影響は計算対象年月の間は上流端(=55 km)までには未だ及ばず、また $x = 55 \text{ km}$ より上流には大きな河床変動要因が存在せず流砂量等は現状と同じであるという前提のもとに行われている。

b) 不等流計算

流砂量 Q_B , Q_S の計算には、各断面での水深 h や河床せん断応力 τ_0 を求めて置く必要がある。これらは、開水路の (水面形・平均流速を求める) 基礎方程式 — いわゆる定常不等流 (steady non-uniform flow) の計算式から求められる。

$$\frac{dh}{dx} = -\frac{dz}{dx} - \frac{\alpha}{2g} \frac{dV^2}{dx} + \frac{dh_e}{dx} \quad (52)$$

あるいは

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left(H + \frac{\alpha V^2}{2g} \right) &= \frac{dh_e}{dx} \\ &= I_f \end{aligned} \quad (53)$$

(こゝに、 $H = h + z$)。こゝに、損失水頭を Manning 式で表わせば

$$\frac{dh_e}{dx} = \frac{n^2 V^2}{R^{4/3}} \quad (54)$$

である。

常微分方程式で表わされるこれらの関係を implicit 型の差分方程式で記したのが、p. 5 式 (6) である。式 (6) の右辺の A_{n+1} と R_{n+1} は未知の量すなわち左辺の H_{n+1} の関数である。つまり、式 (6) の左右両辺とも求めるべき H_{n+1} を含むゆえ、この差分型は陰的差分と呼ばれ繰り返し計算により H_{n+1} を求めなければならぬ。この点陽的差分形に較べて複雑であるが、計算の安定性・収束性の点では逆に秀れている。

なお、不等流の計算においても、河幅や河積などについて与えられた 2 km 間隔より狭い間隔に対して内挿を行い、前述の Runge-Kutta-Gill 法により計算を行っても良い。

C) 非定常項—定常不等流の計算の妥当性

本計算書では、河床変動は非定常計算、つまり河床の時間変化を考慮した計算を行っているが、掃流力に関連する流れの計算では、時間的变化項を省略した定常流として計算が行われている。

河川の流れの時間変化は、通常では少ないので一般にはこの仮定は認められるが、洪水時のように流れが波（洪水波）として流下する場合には一応その妥当性を検討する必要がある。

応答概念について

日野は先に離岸流の発生理論において応答概念を提案し、流れは準定常計算・砂床は非定常計算として良いことを述べた。しかし、この場合は、流れ（波）に影響を与えるものは砂床面自身であることが必要であり、本河床変動計算のように河床とは無関係に流れ自体が変る場合に流れを常に定常計算として良い理由にはならない。

次にいくつかの方向からこの点について数値的検討を行う。

・非定常項のオーダーについての検討

(i) 洪水波の波速と伝達距離

洪水は波となって河を流下する。その伝播速度 C は、河床勾配が小さいか、波の波長の短い場合に、

$$C = V + \sqrt{gh} \quad (55)$$

で表わされる。また、河床勾配が極端に小さくないか、波長の十分長い場合には Kleitz—Seddon の式

$$C = \frac{5}{3} V \quad (56)$$

で与えられる（水理公式集 p.181）。ここに V は波ののっている流れの流速、 h はその水深である。

さて、流速に Manning 式

$$V = \frac{1}{n} h^{2/3} I^{1/2} \quad (57)$$

を用いると、河川流量は河川断面を幅長方形として

$$\begin{aligned} Q &= V b h \\ &= \frac{b}{n} h^{5/3} I^{1/2} \end{aligned} \quad (58)$$

と表す。したがって、河川流量 Q に関して等流水深 h 、流速 V を表わすと次のように表す。

$$h = \left(\frac{nQ}{b} \right)^{3/5} I^{-3/10} \quad (59)$$

$$V = \frac{1}{n^{2/5}} \left(\frac{Q}{b} \right)^{2/5} I^{3/10} \quad (60)$$

これより、

$$\sqrt{gh} = \sqrt{g} \left(\frac{nQ}{b} \right)^{3/10} I^{-3/20} \quad (1)$$

以上の式から、各条件に対する洪水波の伝播速度を算定することができる。しかし、ここでは、オーダー比較を行うだけであるから、むしろ起りうる流速範囲について計算きざみ幅 Δt の間での洪水波の移動距離 $x_c = c \Delta t$ を Kleitz - Seddon の式で見積るだけで十分である。なお、洪水時には $\Delta t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ sec}$ である。

表 - 4

V	x_c
1 (m/s)	6.0 (km)
2	12.
3	18.
4	24

同じく、長波としての洪水波速式についても起りうる水位範囲について、 $\Delta t (= 1 \text{ h})$ での洪水波移動距離 x_c' を計算すれば次表となる。ただし、 $\sqrt{gh} \gg v$ と考え、 $C = \sqrt{gh}$ による概算である。

表 - 5

h	\sqrt{gh}	x_c'
1 (m)	3.14 (m/s)	11.3 (km)
2	4.44	16.0
3	5.44	19.6
4	6.28	22.6
5	7.02	25.3

いずれの式によっても $\Delta t = 1 \text{ h}$ での洪水波の移動距離は全計算区間50 kmより短い。不等流の計算は、河川のある点での影響が十分上流(または下流)に伝わった定常状態であるから、洪水時の流れ計算を定常不等流とするのは疑問である。

② 運動方程式による検討

運動方程式は

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\alpha}{2g} \left(\frac{Q}{A} \right)^2 + \frac{f'}{2g} \frac{1}{R} \left(\frac{Q}{A} \right)^2 + \frac{\beta}{g} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q}{A} \right) = 0 \quad (62)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial x} - \rho_0$$

$$f' = \frac{29 n^2}{R^{1/3}}$$

である。(H: 基準面からの水位, h: 水深, i: 河床勾配, Q: 流量, A: 河川断面 $\alpha, \beta \approx 1$) 定常流では非定常項 $(Q/A)/\partial t (= \partial V/\partial t)$ が消え, それを差分式化した式が(乙・40証五)の p.5(6)である。

したがって, 非定常流(不定流)として流れを計算して良いか否かは, 式(62)中の省略された項 $(Q/A)/\partial t (= \partial V/\partial t)$ と他の項の大きさを比較すれば良い。公団より新たに提出された資料18(伊勢湾台風時の河床変動の計算書)から, 流れの時間変化の一番大きい $T=49 \sim 50$ hr の部分を参考にして, $\partial h/\partial x$, $\partial H/\partial x$ と $1/g \cdot \partial V/\partial t$ の項を比較したのが次表である。この計算自体が $\Delta t = 1$ hr の間を定常として行った不等流計算であるから, もちろん厳密なものではないが, オーダー比較のためには十分である。

この表から非定常項 $1/g \cdot \partial V/\partial t$ はその他の項より一桁小さく運動方程式中のウェイトは小さい。なお, このことは一般の洪水流(もちろん非定常として)の計算でも良く知られている点である。

表-6

X (km)	V (m/sec)		$g \cdot \frac{\partial V}{\partial t}$ $\times 10^5$	$\frac{\partial h}{\partial x}$ $\times 10^5$	$\frac{\partial H}{\partial x}$ $\times 10^5$
	T=49 (hr)	T=50 (hr)			
10	0.699	1.275	1.37	16.0	5.3
20	1.085	1.493	1.16	25.6	15.0
30	1.093	1.192	0.28	47.2	41.2
40	1.295	1.599	0.86	8.05	31.3
50	2.123	2.675	1.56	36.1	180.5

一方、直接定常流計算の結果を用いないために、次の方法で検討した。河川断面を広幅長方形と仮定すれば、 $\partial V / \partial t$ は

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q}{bh} \right) \\ &= \frac{1}{bh} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{Q}{b} \frac{1}{h^2} \frac{\partial h}{\partial t} \end{aligned} \quad (63)$$

である。ここで、伊勢湾台風時のハイドログラフの $T = 49 \sim 50$ h の区間を参考にして、上式中に

$$\Delta Q = (2594 - 1234) = 1360 \text{ (m}^3/\text{s)}$$

$$\Delta t = 3600 \text{ (sec)}$$

$$b = 300 \text{ (m)}$$

$$h = 3.0 \text{ (m)}$$

$$g = 9.8 \text{ (m/sec}^2\text{)}$$

$$\bar{Q} = 1914 \text{ (m}^3/\text{s)}$$

の値を代入すれば、

$$\frac{1}{g} \frac{1}{bh} \frac{\partial Q}{\partial t} = 4.28 \times 10^{-5}$$

$$- \frac{1}{g} \frac{Q}{b} \frac{1}{h^2} \frac{\partial h}{\partial t} = -2.01 \times 10^{-5} \Delta h$$

表による $\frac{\partial h}{\partial x}$, $\frac{\partial H}{\partial x}$ の値と、この数値の比較から、同じく運動方程式中の非定常項は1桁小さい。

(iii) 連続の方程式による検討

非定常流としての流れの計算には、運動方程式の他に連続の方程式が必要である。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (64)$$

いま、河川断面を広幅長方形と仮定すれば、

$$A = bh$$

$$Q = Vbh$$

$$b = \text{const}$$

上式は次のようになる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (65)$$

公団資料18から上式の各項を $T = 49 \sim 50$ hr について求め比較したのが次表である。繰り返し断わるが、この表は $\Delta t = 1$ hr 内を定常として計算された結果を用いたもので厳密なものではない。しかし、各項のオーダー比較には十分である。

表-7

x	$\frac{\Delta h}{\Delta t}$	$V \frac{\Delta h}{\Delta x}$	$h \frac{\Delta V}{\Delta x}$
(km) 10	2.0×10^{-5} (m/s)	11.2×10^5 (m/s)	23.8×10^5
20	12.3	27.8	0
30	21.0	51.6	48.2
40	38.8	10.4	37.9
50	45.6	76.6	31.2

この表から判断するとき、場所的变化項と非定常項とは同じオーダーであり、大きな洪水時の流れの計算はやはり非定常流(不定流)として行うのが望ましいと考えられる。

洪水時の河床変動計算について

不定流の計算は差分法や特性曲線法により行われる。いずれの方法によるにしても時間きざみ幅 Δt は、波動現象を捉えるという要請や計算理論上の条件から極めて短くなる。

もし、流れを非定常流として計算するとき、流れの計算の時間の刻み幅 Δt は

$$\Delta t < \Delta x / \sqrt{2g h_{\max}}$$

の条件 (Courant-Friedrichs-Lewy) を一つの目安としている。洪水時 (伊勢湾台風時) の最大水位時 ($T=55$ hr) の平均径深より

$$h_{\max} = 7.00 \text{ (m)}$$

とすれば、 $\Delta x = 2 \text{ km}$ に対しては

$$\Delta t < 2 \times 10^3 / \sqrt{2 \times 10 \times 7}$$

$$\cong 200 \text{ (sec)}$$

と極めて短くなる。

そのため、計算プログラムは非常に複雑なものとなり、計算時間・費用も著しく増加する。したがって、時系列による本計算の中に組み入れるのは、困難であると思われる。それゆえ、洪水時の河床変動については、この部分の計算のみを切りはなし、特定の一二の洪水については、さらに詳細な計算を行い、① 河床変動がどうなるか、② 本計算書のように $\Delta t = 1$ hr 内の流れを (定常) 不等流とした計算との差異はどうかを比較検討する方が良いと判断される。

3) 河床変動計算の予測性・信頼性について

公団側による河床変動の計算結果(「河床は十年程度の時間スケールでは、それほど大きく変化しない」)に対して、原告側は彼らの経験(「長良川の河床は常に変動し、洪水前と後では河床形状が大きく変化する」)からして大きな疑問を提出している。この点について見解を述べたい。

河床の変化には、乙40号証の5で対象とした平均化された変動の他に、よりスケールの小さい高々水深ないしは河幅のオーダーあるいはそれ以下のオーダーの変動がある。すなわち、河川の蛇行、河床の砂州・砂漣、弯曲部や橋脚部の局所洗掘である。

すなわち、証五の図-1・図-2にみられるように河川の縦断面および横断面形状には、 $\sim 2\text{m}$ 程度の振幅の不規則な変化が存在する。平面的にみれば、これらは砂漣(スケールが小さく個々には問題とほらない)、砂州・砂堆や淵・瀬である。

こうした河床地形の形成、河床波の理論は1963年米国アイオワ大学 Kennedy 教授の論文発表以後急速に発展し、前記交番砂州の形成は林教授により理論的に解明された。例えば砂漣・砂堆については Kennedy (1963) について林(1970)・Engelund (1970)らの理論、弯曲部の淵や瀬については Engelund (1976)、吉川・池田(1976)の研究がある。

河の中の砂州は実験水路など良好な条件のもとでは、流れの方向に一定の間隔に左右交互に形成され、流水の作用により極めてゆっくりした速度で移動する。掃流力の大きい洪水時には、これが一挙に移動して河床形状を一変させる。

実際の河川は、様々な要因が作用するゆえ、理論どおりとは行かないが、それでもこれまで全く不規則で確率的と見做されて来た河床砂州の形成の力学過程が解明されたと云える。

こうした理論は、木下良作博士や井口昌平教授らによる実測河川データの解析結果とも一致する。

しかしながら、条件の単純な室内実験とは異り、要因が偶然的で複雑な自然条件下の河川では、こうした河床地形の個々の発生や変動を長期間にわたって計算により予測することは、その偶然性のゆえに不可能である。ある砂

堆が—洪水中にどう変化するかという部分的短時間の予測計算は可能であるけれども。

公団の河床変動の計算は、2 kmのスケールで平均化された河床変動について行われている。つまり、偶然性に支配される小スケールの変動は平滑化したわけである。従って、日常の経験スケールでの砂州・砂堆・淵・瀬の変化は本計算には含まれておらず、またこれらの偶然性の支配要因の大きい変化は現在のそして恐らくは将来における河川工学・水理学でも予測は困難である。

洪水中に河床が大きく洗堀されたとか変化したという例は少くない。しかし、こうした例は橋脚とか堰とか人造構造物による局所的変化であって、さきみ幅 $\Delta x = 2 \text{ km}$ の本計算ではこうした局所的変化を調べることはできない。もし、局所的変化を調べるのであれば、この部分のみに対する詳細な計算なり実験が必要である。

4) 河川工学の理論式に関する実証性について

被告側証人 土屋昭彦氏 に対する原告側弁護人の尋問の中に
“医学分野においては新理論・新技術・新薬などの患者への施術・投与
にあたっては、十分臨床的実験が行われるが、河川工学の理論についても
そうあるべきではないか” との質問があった。これについては次のように
考えられる。

医者が新薬や新技術を考案した場合に動物実験によりその効果を確
めるのは、人命にかかわる問題であることの他に、人体が対象で複雑
とはいえ対象が手近で、条件を管理し他の要因を把握しうること、費用・
人手は自然を対象とするよりも少ないこと、実験室で短時間に繰り返しテスト
しうることなどによる。

一方、河川工学その他の自然現象に関する実験は次のような点で新薬テスト
と異っている。

(i) 自然とくに異常時の現象を対象とする場合には、生起確率は低く同一
条件下でのデータを多数集積することができない。それゆえ、理論的根拠に
もとづく相似則を考慮した上での室内実験・模型実験が行われる。これが、
医学における新薬実験等に相当する。

(ii) 現地での(流砂量等の)測定には、人手・費用がかさみ、さらに洪水
時の測定では人命の危険性も伴い、当然のことながら計測例は少ない。

(iii) 現実の河川現象は理論や室内実験ほど単純ではなく、例えば横断
面方向に一様という二次元性の仮定はあまり満たされないであろう。このこと
が、現場実測データをバラツカせる一因である。

(iv) 現場の測定は一般に測定精度が低く、かつ現象に關与する因子のす
べてが測定されるとは限らない。このため、ともすれば学会での評価が十分で
なかったり、実際問題を扱うため現実の利害がからむ等のために、これまで
生データが部外に公開されることは少なかったと思われる。

(v) 実河川における測定データは、実験室でのデータほど多くはないとい
うものの、土砂流は永い間水理学の中心的研究課題であり、国内はもち
ろん国外においては米国土木学会(ASCE)や国際水理学会(IAHR)の論
文集に多数の論文が発表され実測データと理論式との比較が行われて
いる。

5) 結論

乙70号証の5

本設計書は、いわゆる設計法の常套的な手順をふんだもので、一応の評価はできる。

しかし、細部についてはより高度な理論により基本設計の結果を補強することが望ましい。各項目の結論を要約すれば、次のようである。

- × (i) 河床材料の粒径分布を現況と同じとせず、これを理論的あるいは経験式により推定するには、修正 Sternberg 式に依れば良い。ただし、この式中の係数の推定や公式適用域の決定に不確定さが残る。
- × (ii) 計算に用いられた河床の粗度係数は、岸・黒木式その他による推定値と良く一致しており、妥当な値と思われる。
河床粗度係数についても、現況値を用いず、河床変化につれてこれを理論的に計算することも可能である。
- (iii) ただし、粒径分布や粗度係数の計算法は、十分確立されたものではなく不確定さも残るので、一応これらを現況と同じとして才一近似的計算を行うことの意義は認められる。河床が現況より大きく変化する場合に粒径分布・粗度係数の変化を考慮することは是非必要である。
- × (iv) 流砂量算定式として、掃流砂量については佐藤・吉川・芦田を浮遊砂量についてはロールセン式を用いたことは妥当である。
なお、本来全流砂量を与えるロールセン式から掃流砂量相当分を差し引き浮遊砂量とする点は理論的一貫性を欠くが、使用された条件下では数量的には大きな矛盾はないと判定される。
- (v) 河床変動はその基礎方程式の性質上、河状が急変する場所（例えばダム流入口等）以外では場所的伝播性が低いことが示される。
用いられた河床変動の計算差分式は計算安定性の条件を満たしていると判定される。
上流側境界条件の設定位置の選定については、更にせまくつの影響の及ばない上流側に延ばした計算を行い、現計算の妥当性を検討することが望ましい。

(vi) 洪水時の計算では、流れの計算も非定常流として計算することが必要である。ただし、時系列計算から切り離し代表的洪水について検討することで良い。

(vii) 本計算で行った河床変動は空間的には2 kmスケールでみた変動であり、われわれが人間の背のスケールで感じる河床変化つまり橋脚での洗堀や砂州・砂連等スケールの小さな局所変化は含まれない。橋脚部の洗堀についてはこの部分のみについての実験または計算が必要であり、砂州・砂堆についてはその発生変化の理論はあるが確率的偶然的要因が強く働くため、これを実際の河川に適用し、その発生変化を予測することは現状ではかなり困難である。

参考文献

- 1) 安芸 皎一: 河相論, 岩波書店 (1951)
- 2) 土木学会(編): 水理公式集 (1971)
- 3) 土木学会(編): 土木工学における数値解析/p.75, サイエンス社(1974)
- 4) 土木学会(編): 土木工学における数値解析/流体解析編 p.48~49, サイエンス社(1974)
- 5) 土木学会水理委員会移動床流れの抵抗と河床形状研究小委員会:
移動床流れにおける河床形態と粗度, 土木学会論文報告集,
号210号, p.65~91 (1973)
- 6) 石崎 勝義: 河床変動計算における電算の適用(I), 土木技術
資料 11-6, p.8~12
- 7) 吉川・福岡・馬場・河野 (1975): 大粒径砂礫の掃流砂量に関する
研究, 第19回水理講演会論文集, 土木学会, pp.1~6.
- 8) マッカーラ(三浦・田尾訳): 計算機のための数値計算法概論,
サイエンス社
- 9) 森口 繁一・高田 勝: 数値計算法, 岩波講座, 現代応用数学
B-13 第5章
- 10) 野満隆治: 河川学, 地人書館 (1943)
- 11) 野満隆治: 新河川学, 地人書館
- 12) 高山 茂美: 河川地形, 共立出版 (1974)